

Construcción del Índice de Actividad Humana (IAH)

4.1. Introducción

En este capítulo se describen las variables que intervienen en el comportamiento de YT, por tanto, se construyen tres modelos de minimización de la dimensión:

- En el primero, se utiliza la TCP.
- En el segundo, se emplea la MAF.
- En el tercero, se ocupa la TD.

Con la construcción de estos modelos, se hace una comparación entre ellos, con la finalidad de encontrar el de mejor ajuste, posteriormente, se procede al análisis de los parámetros que arroja el modelo seleccionado.

4.2. Análisis descriptivo de los factores de la Actividad Humana

Con base al primer capítulo, se sabe que la Actividad Humana (X_a):

$$X_a = f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}) \quad (81)$$

dónde:

- X_1 = crecimiento demográfico.
- X_2 = producción de barriles de crudo.
- X_3 = consumo de energía en KWH.
- X_4 = minería (extracción y producción de metales en toneladas).
- X_5 = cabezas de ganado (ovinos, caprinos, porcinos, y aves de granja, entre otros).
- X_6 = fertilizantes agrícolas en toneladas.
- X_7 = cemento (producción en toneladas).
- X_8 = motores de combustión (autos, camiones, motocicletas, y maquinaria pesada).
- X_9 = alimentos (producción en toneladas).
- X_{10} = desplazamiento de población debido al turismo.
- X_{11} = desechos sólidos en toneladas.

El comportamiento de sus variables ha sido de la siguiente forma:

X₁ (Crecimiento Demográfico): presentó un incremento acelerado de 50 años, teniendo como su punto máximo (2%) en el año de 1970, a posteriori, comienza a decrecer, de tal forma, en el año 2020, se encuentra en 1.20%.

X₂ (Producción de Barriles de Crudo): ha presentado un crecimiento constante, tanto, que para el año 2020, su producción rebaso los 3,000 millones de barriles anuales.

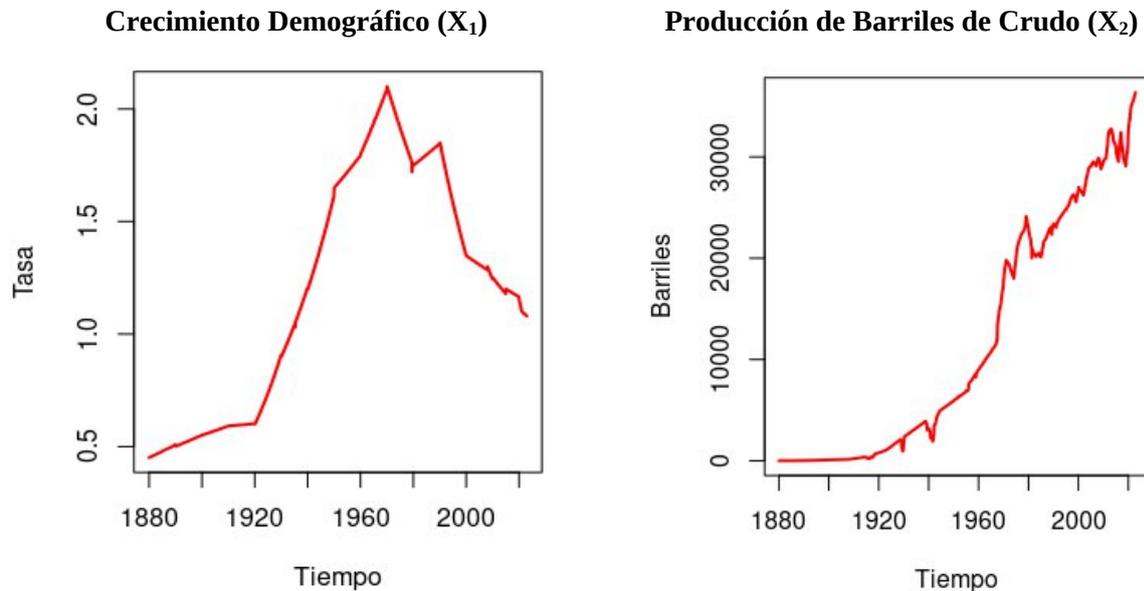


Imagen 22. Tendencia de variables (X₁ y X₂).

Fuente. Elaboración personal

X₃ (Consumo de Energía): ha tenido un crecimiento acelerado y constante, para el año 2020, su consumo fue de más 25,000 millones de kilo-watts.

X₄ (Minería): ha presentado un crecimiento exponencial, para el año 2020 se estimó, que su extracción y producción fue de aproximadamente 20 millones de toneladas en metales.

X₅ (Ganadería): ha tenido un crecimiento continuo, el cual ha presentado ligeros cambios en el tiempo: en el año 1929, debido a la gran depresión económica se contrajo la producción, y la presencia del SARS-COV2 entre los años 2019 a 2022, generó un paro colectivo de la actividad económica a nivel mundial.

X₆ (Fertilizantes): la aplicación de fertilizantes en la producción agrícola, se puede clasificar en tres eventos: el primero, que va del año 1880 a 1945, con un crecimiento moderado; el segundo, va de 1946 a 1959, y se caracteriza como resultado de la segunda Guerra Mundial, teniendo como principal característica, un crecimiento acelerado; y el tercero, va de 1960 a la actualidad, se identifica por fuertes caídas, a razón de la crisis petrolera de los años 70's y 80's,

presentado una recuperación a partir del año 2000.

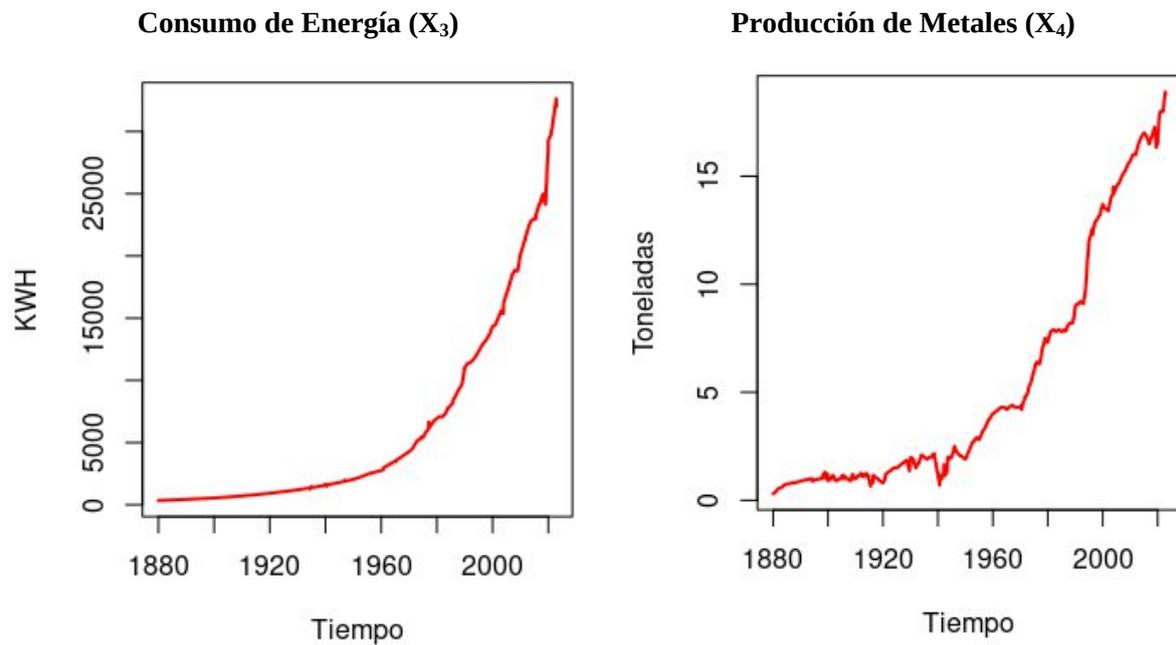


Imagen 23. Tendencia de variables (X3 y X4).

Fuente. Elaboración personal

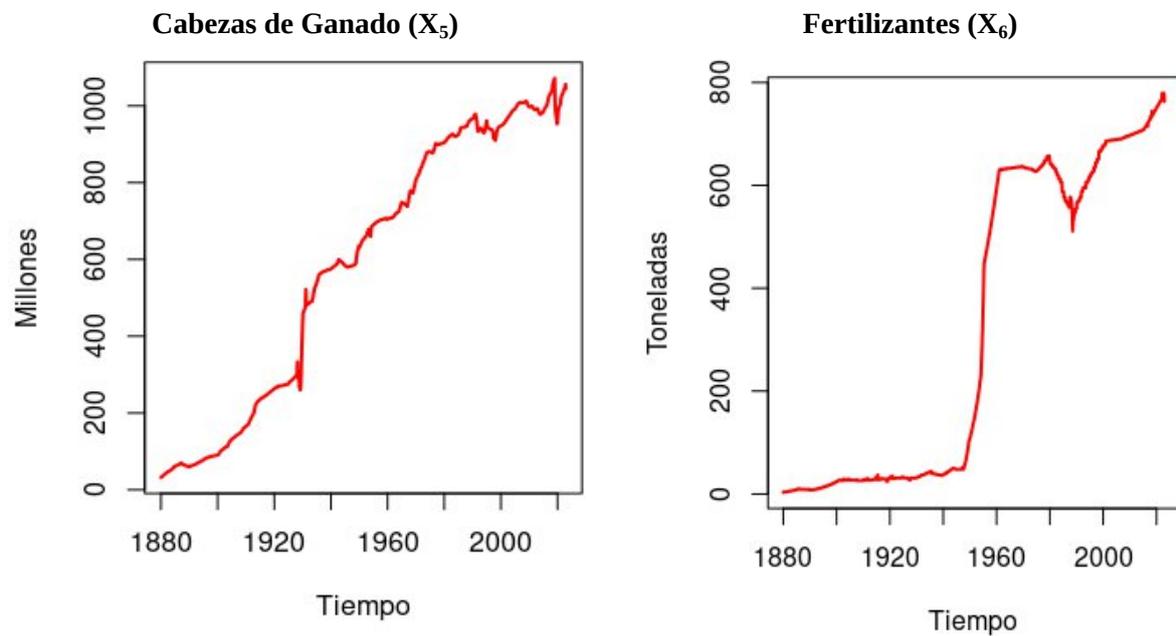


Imagen 24. Tendencia de variables (X5 y X6)

Fuente. Elaboración personal

X₇ (Producción de Cemento): desde el año 1880 a 1980 su crecimiento ha sido constante, sin embargo, de 1981 a 1997, decae la producción, la cual, presenta una ligera recuperación hasta el año 2000, posteriormente, vuelve a caer, y desde año 2003 se acelera su crecimiento hasta el año 2019, debido a la presencia del SARS- COV2.

X₈ (Producción de Motores de Combustión): del año de 1880 a 2019, su crecimiento ha sido acelerado y constante, con ligeras perturbaciones (depresión financiera y económica de 1929, Segunda Guerra Mundial (1939 - 1945), y la caída del precio del crudo de 1981), del 2019 a la actualidad, se ha visto afectada por la presencia del SARS-COV2.

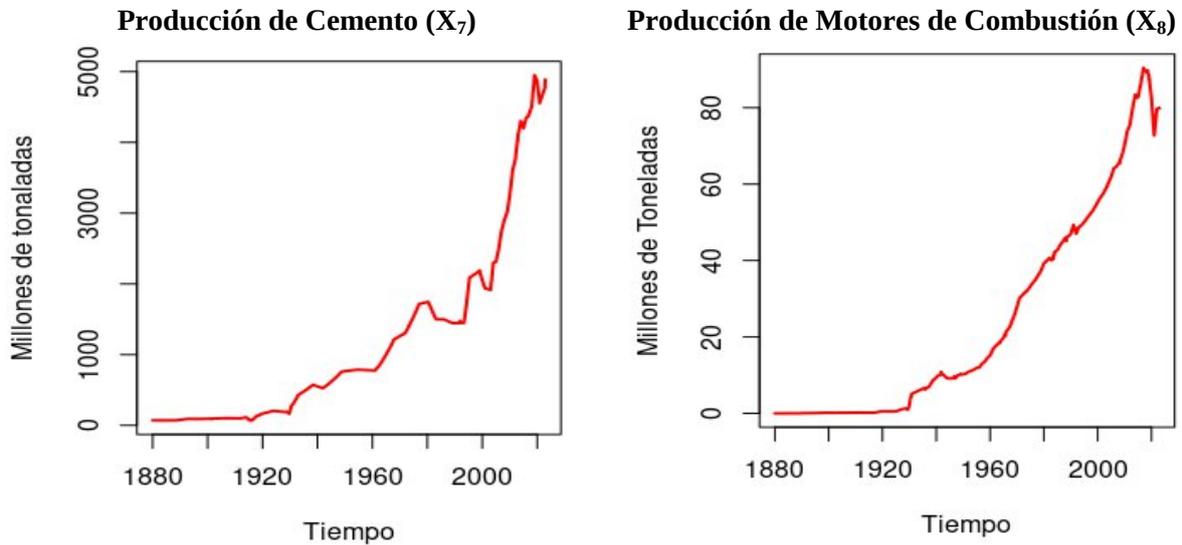


Imagen 25. Tendencia de variables (X₇ y X₈)

Fuente. Elaboración personal

X₉ (Producción de Alimentos): presentó un crecimiento moderado de 1880 a 1929, posteriormente se agudiza hasta 1950, a raíz de dos eventos: la depresión financiera y económica de 1929 y la Segunda Guerra Mundial (1939 - 1945). Después de ese último evento, se acelera su crecimiento hasta el año 2019, con la presencia del SARS-COV2 decae, sin embargo, del 2021 a la actualidad ha recuperado su crecimiento.

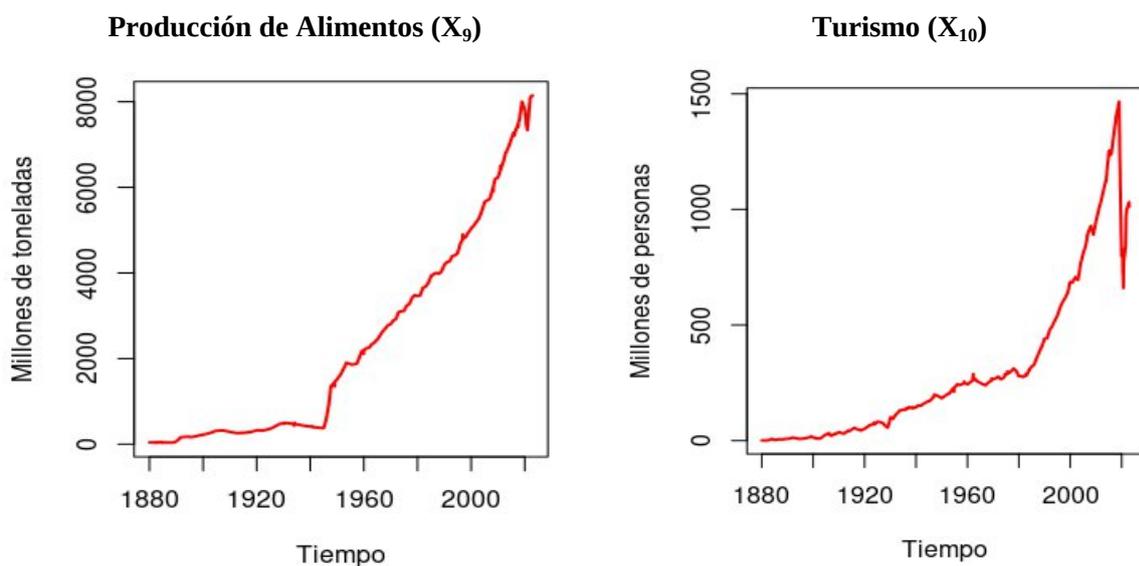


Imagen 26. Tendencia de variables (X₉ y X₁₀)

Fuente. Elaboración personal

X₁₀ (Turismo): ha presentado un crecimiento constante y acelerado, sin embargo, en el año 2019 decae fuertemente, como resultado del SARS-COV2, no obstante, a pesar de que en el año 2021 se ha ido recuperando, este ha sido lento.

X₁₁ (Desechos Sólidos): ha tenido un crecimiento constante y exponencial, esto tiene que ver con el crecimiento demográfico.

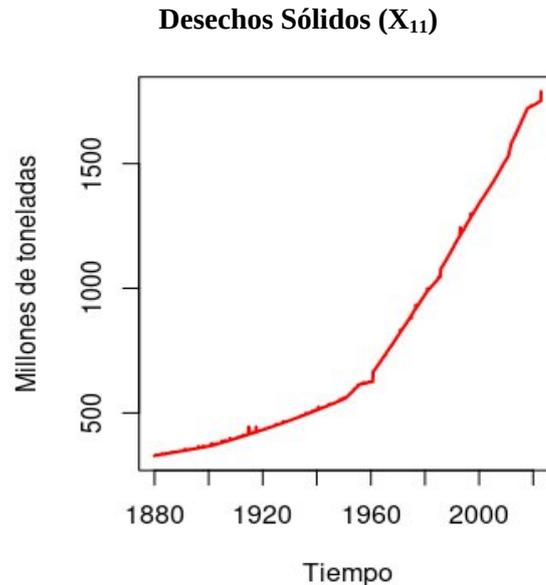


Figura 27. Tendencia de variables (X11)

Fuente. Elaboración personal

Con base en lo anterior y partiendo de la matriz correlación de Pearson¹ (figura 29), se observa la existencia de alta correlación entre variables de X_a:

X₁ (Crecimiento demográfico) tiene un coeficiente de correlación 0.58 con X₂ (Producción de Barriles de Crudo), cuya relación es directa, es decir, en la medida que se incremente una de ellas, la otra también se va a incrementar.

1. La correlación de Pearson mide el grado asociación que hay entre dos variables que presentan una distribución normal. Este coeficiente fluctúa entre $-1 \leq \text{Cor}(X_a) \leq 1$, el cual se puede expresar como (Restrepo y González, 2007):

$$\text{Cor}(X_a) = \frac{\text{Cov}(X_a)}{\sigma_x * \sigma_y} \quad (82)$$

- $\text{Cor}(X_a) > 0$, la relación creciente.
- $\text{Cor}(X_a) = 0$, son independientes.
- $\text{Cor}(X_a) < 0$, la relación inversa.

Matriz correlación

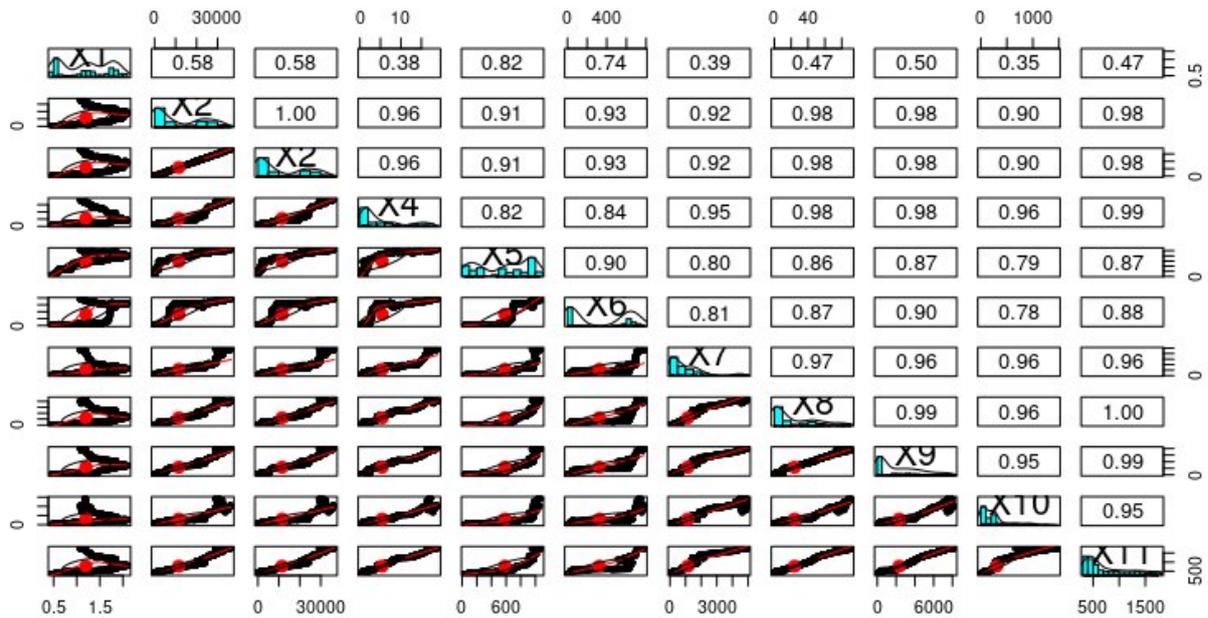


Imagen 28. Matriz de Correlación de Pearson

Fuente. Elaboración personal

X_3 (El Consumo de Energía) tiene un coeficiente de correlación de 0.75, con respecto X_5 (Cabezas de Ganado), por tanto, su relación es directa.

X_6 (fertilizantes agrícolas): la utilización de fertilizantes tiene una relación directa con X_{11} (Desechos Sólidos), pues tienen un coeficiente de correlación 0.88.

Como se puede observar, la dinámica de las variables que inciden en el comportamiento de X_a han presentado un crecimiento constante, con la presencia de determinadas perturbaciones. Aunado a esto, los coeficientes de correlación de las variables, presentan una relación directa, es decir, una media que una crezca, las otras van a crecer.

4.3. Modelo de Componentes Principales (TCP)

La TCP expresa las combinaciones lineales de variables ficticias (componentes o nuevas variables) no correlacionados entre sí. Esta técnica hace una representación los datos originales en un espacio de dimensión inferior al original. El utilizar la TCP conlleva el sintetizar la base de datos analizados por variables cuantificables.

La estructura de la base de datos de las variables que interviene en el comportamiento de X_a es la siguiente:

Tiempo	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
01/1880	0.4510	4	343	0.300	32	3	71	0.002	41	1	328
02/1880	0.4510	5	343	0.310	32	3	71	0.002	41	1	328
03/1880	0.4520	5	344	0.320	33	4	71	0.002	41	1	329
04/1880	0.4520	5	345	0.320	33	4	71	0.002	41	1	329
.
.
04/1976	1.8720	21.708	5.899	6.370	883	634	1,647	34.456	3,249	293	913
05/1976	1.8690	21.777	5.915	6.360	884	634	1,654	34.527	3,251	294	914
06/1976	1.8660	21.852	5.933	6.360	886	636	1,661	34.597	3,255	295	916
07/1976	1.8640	21.899	5.962	6.350	888	636	1,669	34.665	3,257	295	917
.
.
09/2022	1.0830	36.119	32.363	18.800	1,051	775	4,758	79.909	8,138	1,025	1,750
10/2022	1.0820	36.216	32.444	18.850	1,055	779	4,766	79.915	8,141	1,029	1,751
11/2022	1.0810	36.299	32.638	18.900	1,056	776	4,777	79.973	8,147	1,031	1,751
12/2022	1.0800	36.360	32.011	18.800	1,045	763	4,888	79.811	8,133	1,011	1,789

Cuadro 26. Base de Datos

Fuente. Elaboración personal

Con base al cuadro 26 y partiendo de la imagen 30 (matriz correlación), se tiene que:

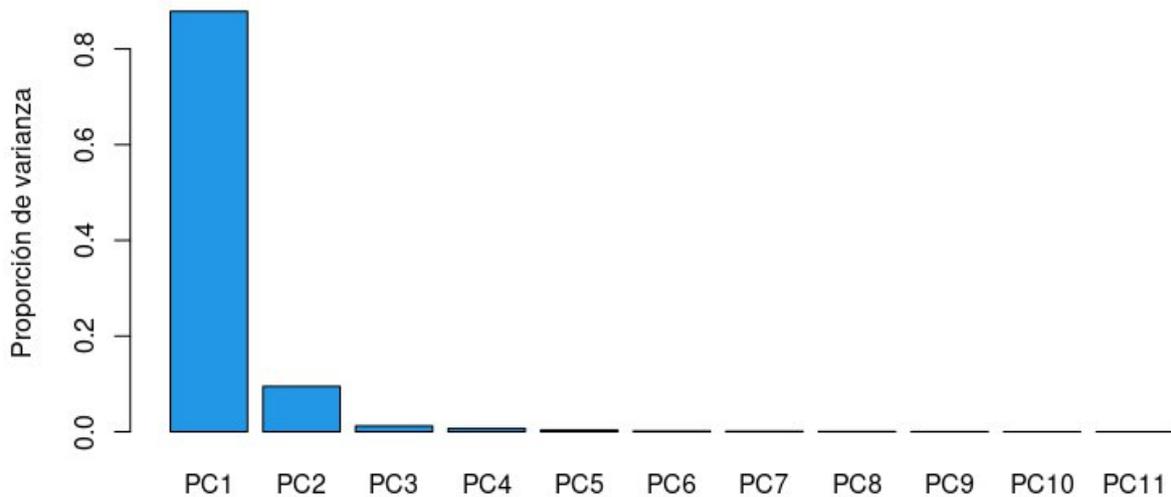
- Las variables originales no son simétricas, por tanto, generarían problemas de varianza.
- Existe alta correlación lineal entre las variables originales.

Con base en las observaciones anteriores, no presentaría un buen ajuste en el modelo de Componentes Principales, por tanto, es recomendable la utilización la matriz de correlación.

Por medio del gráfico *Screen Plot*, se puede ver que los dos primeros Componentes Principales son más que suficientes para estimar el indicador de Xa. Partiendo del criterio de Kaiser (el número de Componentes Principales a seleccionar a partir de aquellos que $\lambda_i \geq 1$, donde $\lambda_1 \geq \lambda_2 \dots \geq \lambda_p$ son los valores propios o varianzas de los componentes).

Partiendo de la imagen 29, se puede ver que los dos primeros Componentes Principales tienen $\lambda_i \geq 1$, y explican el 97.4% de la varianza de los datos, con ello, la validación de este modelo sería de la siguiente forma:

Scree plot



	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	PC ₆	PC ₇	PC ₈	PC ₉	PC ₁₀	PC ₁₁
Var (λ)	3.094	1.069	0.352	0.266	0.213	0.134	0.112	0.077	0.064	0.052	0.031
PVar	0.870	0.104	0.011	0.006	0.004	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.001
Var Ac	0.870	0.974	0.985	0.991	0.995	0.997	0.998	0.999	0.999	0.999	1.000

Imagen 29. Gráfico de Scree Plot

Fuente. Elaboración personal

En la imagen 30 y en el cuadro 27, se puede ver que los Componentes (las nuevas variables) cumplen con los supuestos de no correlación entre ellos, varianza escalonada y el valor esperado cero, es decir:

- $Cor(PC_i; PC_j) = 0$; tal que $i \neq j$
- $Var(PC_1) \geq Var(PC_2) \geq \dots \geq Var(PC_{11}) \geq 0$
- $E(PC_i) = 0$

Matriz de correlación

CP1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CP2	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP3	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP4	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP5	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00
CP9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00
CP10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00
CP11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11

Imagen 30. Gráficos de correlación y de varianzas y covarianzas de las Componentes Principales

Fuente. Elaboración personal

Matriz de varianza y covarianza

CP1	9,57	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
CP2	0,00	1,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP3	0,00	0,00	0,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP4	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00
CP8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00
CP9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11

Imagen 31. Gráficos de correlación y de varianzas y covarianzas de las Componentes Principales

Fuente. Elaboración personal

	PC ₁	PC ₂	PC ₃	PC ₄	PC ₅	PC ₆	PC ₇	PC ₈	PC ₉	PC ₁₀	PC ₁₁
Min.	-3.336	-2.104	-0.876	-0.869	-0.446	-0.325	-0.315	-0.222	0.252	-0.161	-0.092
1st Qu	-2.876	-0.847	-0.097	-0.100	-0.063	-0.091	-0.065	-0.036	-0.027	-0.029	-0.019
Media n	-1.034	-0.255	0.155	0.000	0.007	-0.006	0.010	0.007	0.001	-0.000	0.005
Mean	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3rd Qu	2.148	1.061	0.262	0.187	0.051	0.075	0.057	0.047	0.021	0.028	0.021
Max	7.022	1.928	0.422	0.532	1.383	0.488	0.287	0.176	0.220	0.170	0.121

Cuadro 27. Valor esperado de los Componentes Principales

Fuente. Elaboración personal

Partiendo del cumplimiento de los supuestos, la interpretación de los Componentes es de la siguiente forma:

El **primer Componente** está asociado a las variables $X_2, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}$ y X_{11} , donde:

$$PVar(\lambda_1) = 0.870 \qquad \text{Traza} = 0.974 \qquad PV = \frac{0.870}{0.974} = 0.893$$

Este primer Componente Principal representa el 87% de la varianza, personificando el 89.3% del total de los dos Componentes. Este primer Componente se llamaría Índice de Producción y Extracción (IEP).

El **segundo Componente** está asociado a la variable X_1 (en menor medida a X_3, X_5 y X_6), donde:

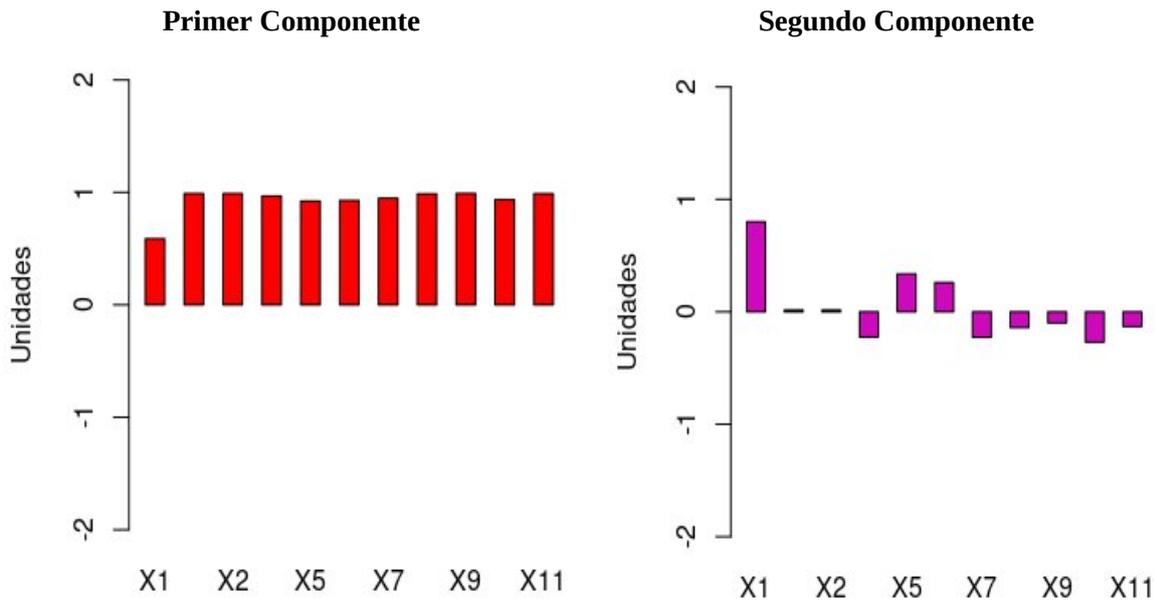


Imagen 32. Peso de las variables originales en los componentes

Fuente. Elaboración personal

$$PVar(\lambda_2) = 0.104 \qquad \text{Traza} = 0.974 \qquad PV = \frac{0.104}{0.974} = 0.107$$

Este segundo Componente Principal representa 10.4% de la varianza total, y el 10.7% ~~de~~ los dos Componentes. Este segundo componente se llamaría Índice de Crecimiento Demográfico (IDC).

Por tanto, el Índice de Actividad Humana (IAH) se obtiene de la siguiente expresión algebraica:

$$IAH = IEP + IDC \qquad (83)$$

Partiendo de la expresión algebraica se puede concluir que:

Índice de Actividad Humana (TCP)

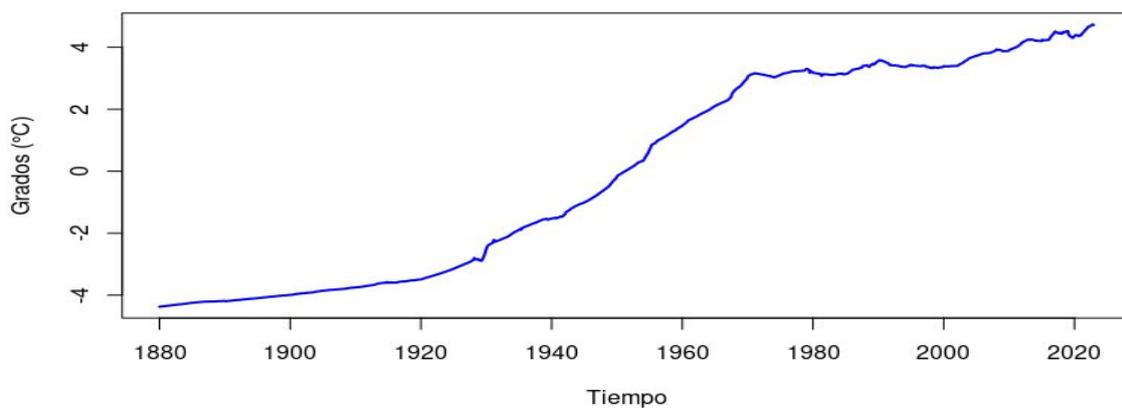


Imagen 33. Estimación del comportamiento de IAH a partir de TCP

Fuente. Elaboración personal

Cumpliendo con los supuestos de inferencia estadística en TCP, a un nivel confianza del 0.95 y a un nivel de significancia del 0.05, el presente modelo conserva el 97.4% de la variabilidad de los datos.

4.4. Modelo de Análisis Factorial (MAF)

Partiendo de la matriz correlación (imagen 28), se puede ver que las variables de X_a están altamente correlacionadas, por tanto, se pueden agrupar en factores, los cuales se van a formar por aquellas que tengan características comunes. Con base en lo anterior, se procede a la estimación de las nuevas variables ficticias (factores).

Si se parte del supuesto del ajuste de los factores es cuando $\lim_{e^2 \rightarrow 0} [\text{var}(e_i^2)] \sim 0$ presente modelo,

se puede apreciar que todas variables son significativas para predecir la dinámica de X_a . Partiendo de los resultados obtenidos (cuadro 28), la validación de este modelo sería de la siguiente forma:

Call factorial (x = Ejer, factors =2, rotation = "varimax")											
Uniquenesses:											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	
0.005	0.024	0.021	0.010	0.034	0.091	0.062	0.008	0.008	0.068	0.005	
Loadings:											
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}
FA_1	0.118	0.860	0.974	0.956	0.639	0.686	0.926	0.927	0.912	0.934	0.928
FA_2	0.991	0.487	0.173	0.275	0.747	0.663	0.284	0.364	0.400	0.244	0.369
Proportion:											
	FA_1	FA_2									
SS loadings	7.776	2.890									
Proportion Var	0.707	0.263									
Comulative Var	0.707	0.970									

Cuadro 28. Tabla de resultados de los factores

Fuente. Elaboración personal

Gráfico de correlación de factores

Factor 1	1	0
Factor 2	0	1
	Factor 1	Factor 2

Gráfico de varianzas y covarianzas

Factor 1	1	0
Factor 2	0	0.99
	Factor 1	Factor 2

Imagen 34. Gráficos de correlación y de varianzas y covarianzas de los Factores

Fuente. Elaboración personal

	Min	1st Qu	Median	Mean	3rd Qu	Max
FA ₁	-0.882	-0.609	-0.503	0.000	0.273	2.788
FA ₂	-1.375	-1.077	-0.065	0.000	1.078	1.785

Cuadro 29. Valor esperado de los Factores

Fuente. Elaboración personal

Partiendo de la imagen 36 y el cuadro 29, se puede ver que los Factores cumplen con los supuestos de no correlación entre ellos, varianza uno, covarianza nula y el valor esperado cero, es decir:

- $Cor (FA_1; FA_2) = 0$
- $Var (FA_1) = 1$ y $Var (FA_2) = 1$
- $Cov (FA_1; FA_2) = 0$
- $E (FA_1) = 0$ y $E (FA_2) = 0$

Partiendo del cumplimiento de los supuestos, el análisis de los Factores es el siguiente:

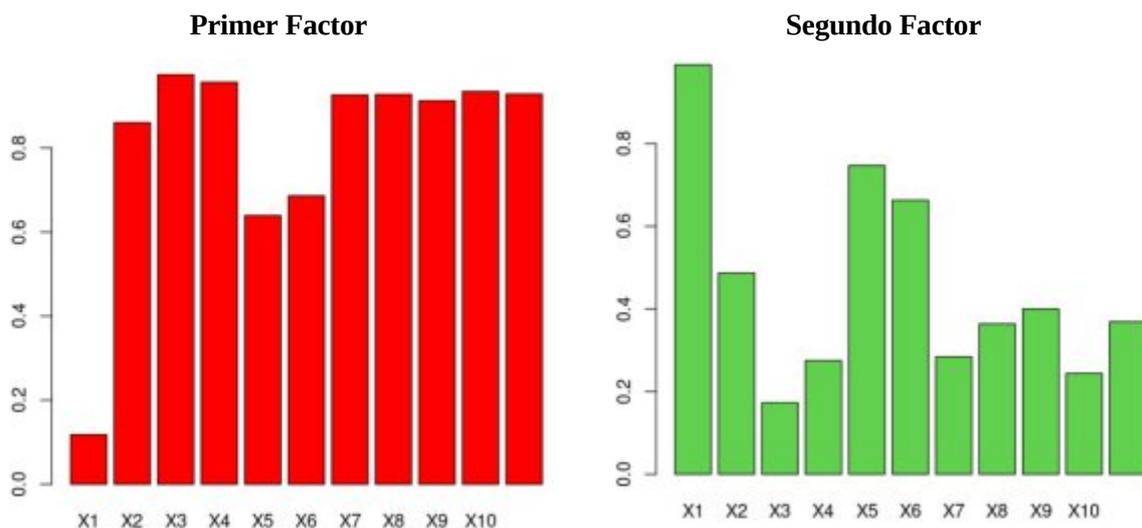


Imagen 35. Peso de las variables originales en cada uno de los Factores

Fuente. Elaboración personal

El **primer factorial** está asociado a las variables X₂, X₃, X₄, X₇, X₈, X₉, X₁₀ y X₁₁, donde:

$$PVar (\lambda_1) = 0.707 \qquad \text{Traza} = 0.970 \qquad PV = \frac{0.707}{0.970} = 0.729$$

Este primer factorial representa el 70.7% de la varianza total, personificando el 72.9% de los dos Factores. Este primer Factor se llamaría Índice de Producción y Extracción (IEP).

El **segundo factorial** está asociado a la variable X₁, X₅ y X₆, donde:

$$PVar (\lambda_2) = 0.263 \qquad \text{Traza} = 0.970 \qquad PV = \frac{0.263}{0.970} = 0.271$$

Este segundo factorial representa 26.3% de la variabilidad total, equivalentes al 27.1% del total explicado de los dos Factores. Este segundo componente se llamaría Índice de Demanda y Producción Agrícola (IAD).

Por tanto, el Índice de Actividad Humana (IAH) se obtiene de la siguiente expresión algebraica:

$$IAH = IEP + IAD \quad (84)$$

Partiendo de la expresión algebraica se puede concluir que:

Índice de Actividad Humana (MAF)

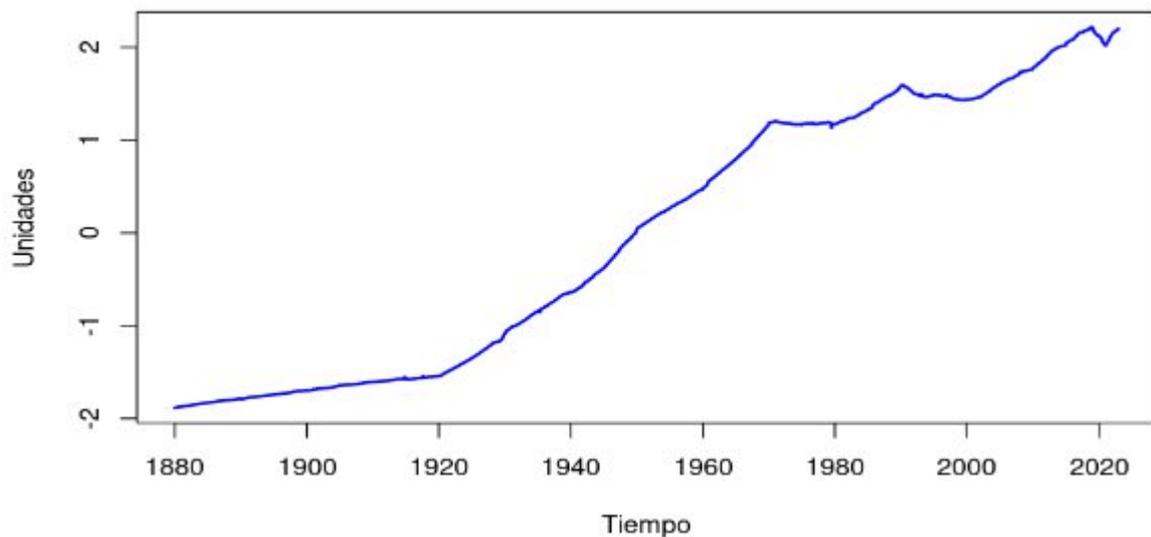


Imagen 36. Estimación de la dinámica de la Actividad Humana a partir de Análisis Factorial

Fuente. Elaboración personal

Cumpliendo con los supuestos de inferencia estadística en MAF, a un nivel confianza del 0.95 y a un nivel de significancia del 0.05, el presente modelo conserva el 97.0% de la variabilidad de los datos.

4.5. Modelo de Escalamiento Multidimensional

Partiendo de la matriz correlación (imagen 28):

$$Distancias = 1 - Cor (Xa) \quad (85)$$

Con base a la imagen 40, se ve la presencia de cuatro dimensiones:

- 1° dimensión (V1): se conforma por las variables X_2 , X_4 , X_9 , X_8 y X_{11}
- 2° dimensión (V2): contiene a las variables X_{10} , X_3 y X_7 .
- 3° dimensión (V3), incluye a las variables X_5 y X_6 .
- 4° dimensión (V4), tiene a la variable X_1 .

Matriz de distancias (D)

X1	0,00	0,40	0,70	0,60	0,20	0,30	0,60	0,50	0,50	0,60	0,50
X2	0,40	0,00	0,10	0,00	0,10	0,10	0,10	0,00	0,00	0,10	0,00
X3	0,70	0,10	0,00	0,00	0,20	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X4	0,60	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X5	0,20	0,10	0,20	0,20	0,00	0,10	0,20	0,10	0,10	0,20	0,10
X6	0,30	0,10	0,00	0,20	0,10	0,00	0,00	0,10	0,10	0,20	0,10
X7	0,60	0,10	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X8	0,50	0,00	0,00	0,00	0,20	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X9	0,50	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X10	0,60	0,10	0,00	0,00	0,10	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
X11	0,50	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11

Imagen 37. Matriz D (de distancias)

Fuente. Elaboración personal

El dendograma de las dimensiones (nuevas variables) V_i , a partir de la matriz D es:

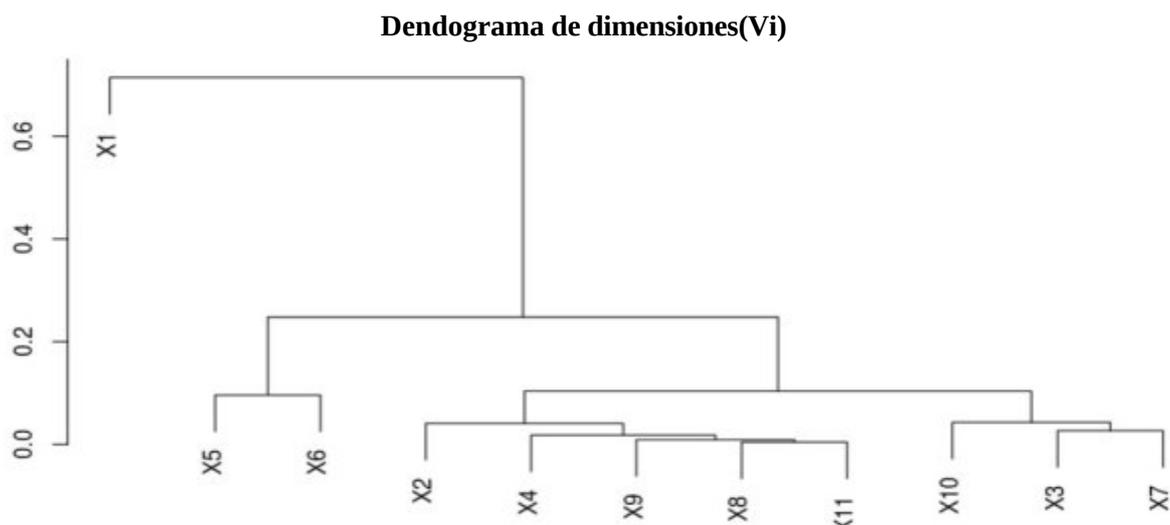


Imagen 38. Dendograma de dimensiones (nuevas variables) V_i

Fuente. Elaboración personal

Con base en lo anterior, la validación del modelo de Escalamiento Multidimensional se visualiza a través de las matrices de correlación, de varianza - covarianza:

Gráfico de correlación de dimensiones

V1	1	0	0	0
V2	0	1	0	0
V3	0	0	1	0
V4	0	0	0	1
	V1	V2	V3	V4

Gráfico de varianzas y covarianzas

V1	9,57	0	0	0
V2	0	1,14	0	0
V3	0	0	0,12	0
V4	0	0	0	0,07
	V1	V2	V3	V4

Imagen 39. Gráficos de correlación y de varianzas y covarianzas de las dimensiones

Fuente. Elaboración personal

	V_1	V_2	V_3	V_4
Prop. Var	0.870	0.104	0.011	0.007
Acm. Var	0.870	0.974	0.985	0.992

Cuadro 30. Tabla de resultados de los nuevos indicadores

Fuente. Elaboración personal

Partiendo de la imagen 39 y del cuadro 30, se puede ver que las Dimensiones cumplen con los supuestos de no correlación entre ellos, varianza escalonada, covarianza nula y el valor esperado de se aproxima a cero, es decir:

	Min	1st Qu	Median	Mean	3rd Qu	Max
V_1	-3.336	-2.876	-1.034	0.000	2.148	7.002
V_2	-2.104	-0.847	-0.254	0.000	1.061	1.928
V_3	-0.422	-0.262	-0.154	0.000	0.097	0.876
V_4	-0.532	-0.187	-0.001	0.000	0.100	0.869

Cuadro 31. Valor esperado de las Dimensiones

Fuente. Elaboración personal

Partiendo del cumplimiento de los supuestos, la interpretación de las dimensiones es de la siguiente forma:

La primera dimensión está asociada a las variables X_2 , X_4 , X_9 , X_8 y X_{11} , donde:

$$PVar(\lambda_1) = 0.870 \quad \text{Traza} = 0.992 \quad PV = \frac{0.870}{0.992} = 0.877$$

Esta primer dimensión representa el 87% de la variabilidad total, equivalente al 87.7% del total de las dimensiones, y se llamaría Índice de Producción y Extracción (IEP).

La segunda dimensión la forman X_{10} , X_3 y X_7 , donde:

$$PVar(\lambda_2) = 0.104 \quad \text{Traza} = 0.992 \quad PV = \frac{0.104}{0.992} = 0.105$$

Esta segunda dimensión representa el 10.4% de la variabilidad total, equivalente al 10.5% del total de las dimensiones, y se llamaría Índice del Cemento y de Energía (IEC).

La tercera dimensión la forman X_5 y X_6 , donde:

$$PVar(\lambda_3) = 0.011 \quad \text{Traza} = 0.992 \quad PV = \frac{0.011}{0.992} = 0.011$$

Esta tercera dimensión representa el 1.10% de la variabilidad total, equivalente al 1.11% del total de las dimensiones, y se llamaría Índice de Producción Agrícola (IAP).

La cuarta dimensión tiene X_1 , donde:

$$PVar(\lambda_4) = 0.007 \quad \text{Traza} = 0.992 \quad PV = \frac{0.007}{0.992} = 0.071$$

Esta cuarta dimensión representa el 0.70% de la variabilidad total, equivalente al 0.71% del total de las dimensiones, y se llamaría Índice de Crecimiento Demográfico (IDC).

Con base en lo anterior:

$$IAH = IEP + IEC + IAP + IDC \quad (86)$$

Por tanto, la tendencia del IAH es:

Índice de Actividad Humana (TD)

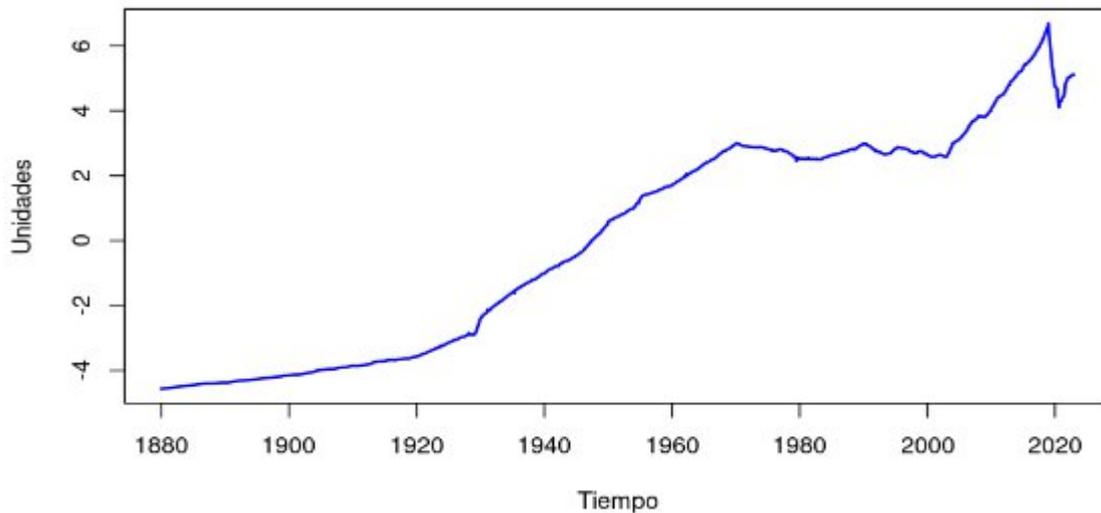


Imagen 40. Estimación de la dinámica de la Actividad Humana a partir del Escalamiento Dimensional

Fuente. Elaboración personal

Cumpliendo con los supuestos de inferencia estadística en TD, a un nivel confianza de 0.95 y a un nivel de significancia del 0.05, el presente modelo conserva el 99.2% de la variabilidad de los datos.

4.6. Selección del modelo e interpretación de resultados

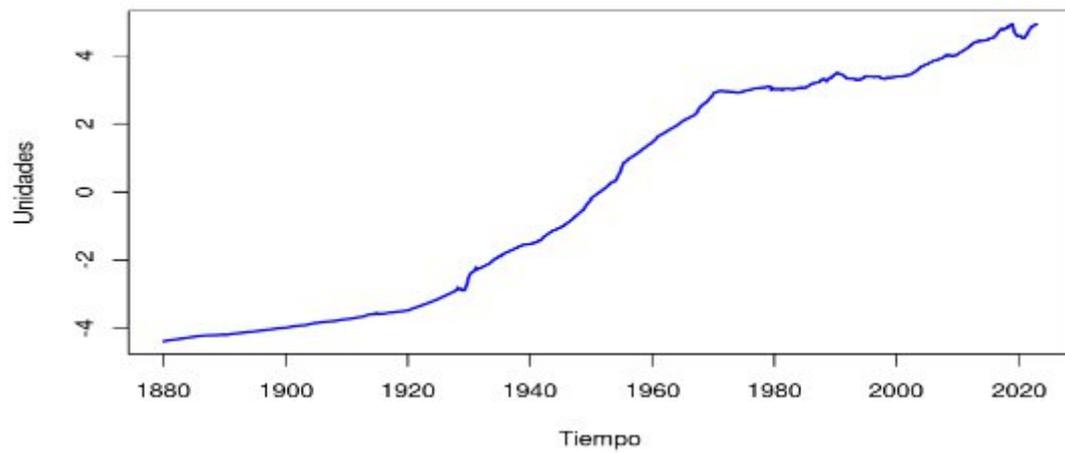
Tomando como base la construcción y los resultados de los tres modelos:

	Ecuación	Variabilidad de los datos
Componentes Principales (TCP)	$IAH = IEP + IDC$	$Var(IAH) = 0.974$
Análisis Factorial (MAF)	$IAH = IEP + IAD$	$Var(IAH) = 0.970$
Escalamiento Multidimensional (TD)	$IAH = IEP + IEC + IAP + IDC$	$Var(IAH) = 0.992$

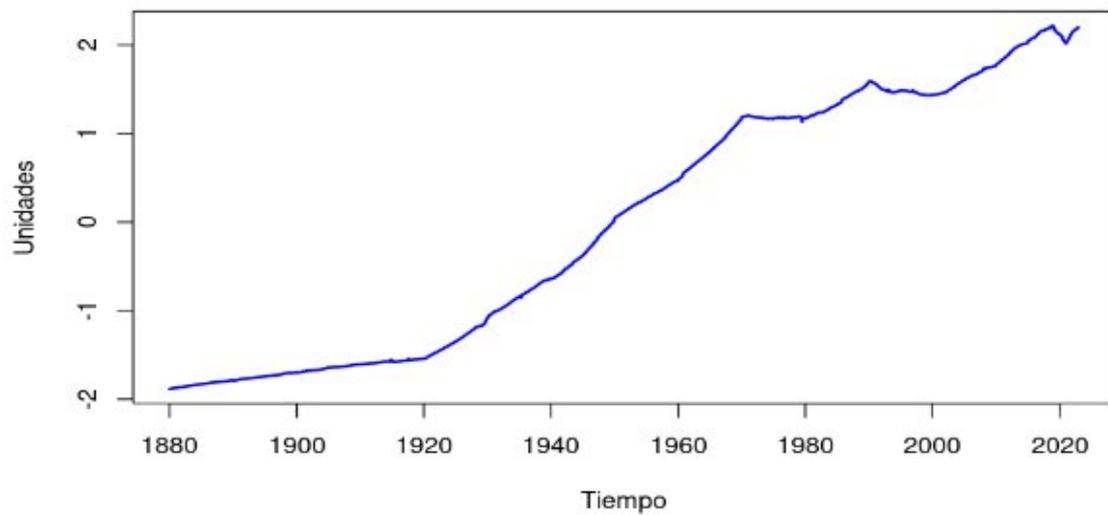
Cuadro 32. Variabilidad de los datos

Fuente. Elaboración personal

IAH con TCP



IAH con MAF



IAH con TD

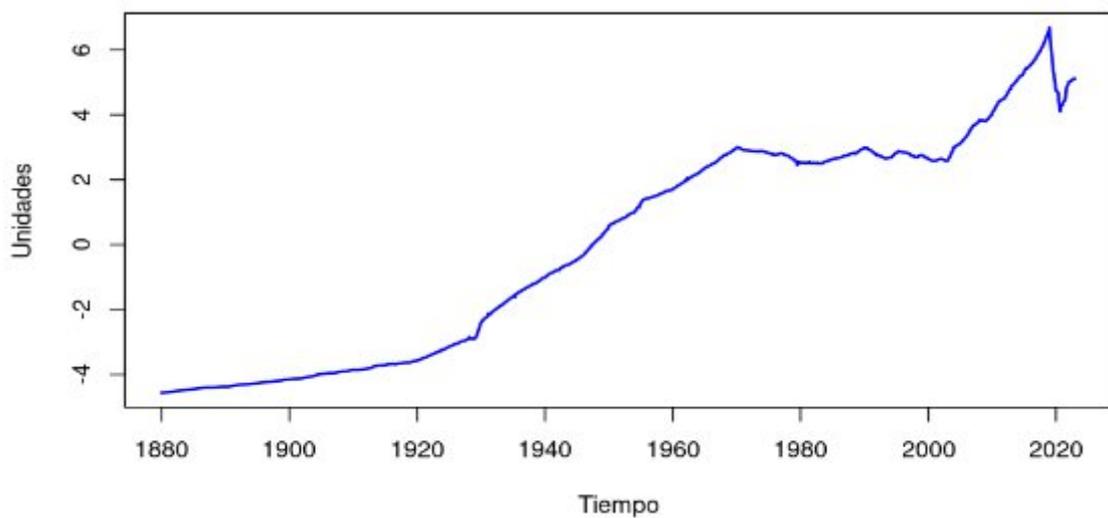


Imagen 41. Tendencia del IAH en los tres modelos

Fuente. Elaboración personal

Partiendo de la imagen 43 y del cuadro 32, se puede ver que el modelo de TD presenta mejor ajuste, ya que, conserva el 99.2% de la varianza de los datos, a un nivel de confianza del 0.95 y a un nivel significancia del 0.05%, aunado a lo anterior, tiene cuatro dimensiones, en las cual se engloban las once variables que intervienen en la Xa.

Al sumar las cuatro Vi (dimensiones) el comportamiento Xa ha crecido, esta dinámica es resultado de determinados acontecimientos:

- La crisis financiera y económica de 1929. Tuvo como resultado la fuga de capitales, teniendo como consecuencia la disminución de la inversión, este efecto generó una contracción del 58% sobre la producción de bienes y servicios, teniendo como consecuencia la pérdida de más de seis millones empleos.
- La Segunda Guerra mundial (1939 - 1945). El deterioro del poder económico y político de Europa, debido al fallecimiento de 55 a 70 millones de personas, con esto, muchos territorios (Tercer Mundo) que eran colonias de otros países, comenzaron con procesos de independencia.
- La crisis financiera de 2008. Contrajo las economías del mundo, debido a los problemas hipotecarios y de la construcción.
- La presencia del SARS COV-2. Se predice que fallecieron más de 50 millones de personas, la implementación de medidas generó repercusiones negativas e impacto al mercado laboral global. Los sectores de la producción se contrajeron hasta en un 58%, se perdió el poder adquisitivo de las familias, hasta en un 38%, se estima que las economías se contrajeron en una equivalencia de 6 años.

4.7. Conclusiones

La construcción de estos tres modelos permitió minimizar la dimensión de la información que conlleva la explicación de la dinámica ha experimentado Xa durante estos 142 años. Con estos tres modelos se pudo identificar las variables que influyen en el comportamiento de dicho fenómeno.

Con la TCP se pudo simplificar la complejidad que engloba a Xa, tomando como base, la matriz correlación entre las variables originales, dando como resultado, nuevas variables (IEP, IDC), simétricas, no correlacionadas y con varianza escalonada.

Al igual que la TCP, el MAF pudo reducir la dimensión de X_a , a partir de la matriz de correlación, de tal forma, se crearon dos nuevas variables (factores: IEP y IAD), simétricas, no correlacionadas, con valor esperado en cero y varianza en uno.

Con la TD, se pudo reducir la dimensión de X_a , a partir de la matriz de distancias, y se obtuvieron cuatro dimensiones (IEP, IEC, IAP, IDC) simétricas, no correlacionadas y con varianza escalonada, en las cuales se encajonaron las once variables que conforman al fenómeno de estudio. Este último modelo, presenta el mejor ajuste, pues conserva en mayor proporción (99.2%) la variabilidad de los datos.